الدحيح

في الرياضيات

ليلة الامتحان في الجبر

للصف الثالث الاعدادي

الفصل الدراسي الثاني

أ / محمد شفاعي

01012808996

أولا : التراكمي :

❶ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt{٦٤} + \sqrt{٣٦} =$ ....

١٤	١٠	٦٤	٣٦

(٢) إذا كان : $٧^{س-٤} = ١$ فإن : ٣ س = ...

١٢	٤	٣	٧

(٣) إذا كان (٨ ، س – ٣) = ($ص^٣$ ، ٤) فإن :
س + ص = ...

٨	٤	٣	٩

(٤) $\sqrt{٦٤ + ٣٦} = ٨ +$ ....

٦	٩	٢	١٠

(٥) إذا كان : |س| = ٧ فإن : س = ...

٧	±٧	–٧	١٤

(٦) إذا كان : $س^٢$ + أس – ٤ = (س–٢)
(س+٢) فإن : أ = ...

–٢	صفر	٢	٤

(٧) إذا كان أب = ٣ ، أ$ب^٢$ = ١٢ فإن ب = ...

٣	٤	٢	٦

(٨) إذا كان المقدار : $س^٢$ + ك س + ٢٥ مربعا كاملا فإن : ك = ...

±٥	±١٥	±١٠	±٢٠

(٩) نصف العدد $٢^٨$ هو ....

$٢^٢$	$٢^٤$	$٢^٥$	$٢^٧$

(١٠) إذا كان $٢^٥ × ٣^٥ = ٦^م$ فإن : م = ...

٣	٥	١٠	١٥

(١١) $٣^٢ + ٣^٢ + ٣^٢ =$ ....

$٣^٦$	$٣^٩$	$٣^٣$	$٩^٦$

(١٢) إذا كان $(س+٢)^{صفر} = ١$ فإن س ∈ ....

ح – {٢}	ح – {–٢}	ح – {١}	ح

(١٣) ١٣٤٠٠٠٠٠ = ١,٣٤ × ....

$١٠^٧$	$١٠^{-٧}$	$١٠^٦$	$١٠^{-٦}$

(١٤) [٣ ، ٥] – {٣} = ...

[٢ ، ٥]	]٣ ، ٥]	]٣ ، ٥[	[٣ ، ٥[

(١٥) إذا كان : $س^٢$ – ٤س ص + ٤$ص^٢$ = صفر
فإن : س – ٢ص + ٧ = ...

٢	٧	١٠	١٥

(١٦) قيمة س التي تحقق المعادلة : $س^٢$ = ٩ حيث
س ∈ ط هي ....

–٣	٣	$\sqrt{٣}$	±٣

(١٧) $أ^ن × أ^م = أ$ ....

م + ن	م – ن	م ن	م ÷ ن

(١٨) ضعف العدد $\frac{١}{٢}$ هو ....

$\frac{١}{٤}$	١	٢	٤

(١٩) إذا كان $س^٢$ + ك س – ٢١ = (س – ٣)
(س + ٧) فإن : ك = ...

٤	–٤	١٠	–١٠

(٢٠) إذا كان $أ^س$ = ٢ ، $أ^ص$ = ١٠ فإن $أ^{س+ص}$ = ...

٥	٨	١٢	٢٠

(٢١) إذا كان $أ^٢ – ب^٢$ = ٧ ، أ – ب = ١ فإن :
أ + ب = ...

٦	٤	٣	٧

(٢٢) إذا كان $٣^س$ = ١ فإن : س = ...

١	٣	صفر	–١

(٢٣) إذا كان $س^٢$ – ك = (س – ٥)(س + ٥)
فإن : ك = ...

٥	–٥	٢٥	–٢٥

(٢٤) إذا كان خمسة أمثال عدد يساوي ٤٥ فإن هذا العدد يساوي ....

٨١	٢٧	٩	٥

(٢٥) إذا كان $س^٢$–٢س ص+$ص^٢$=١ فإن
س–ص= ....

صفر	±١	١	–١

ثانيا : الأسئلة الموضوعية :

❶ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٢،
ص + س = ٣ معاً هو ....

صفر	١	٢	٣

② مجموعة حل المعادلتين س = ٣ ، ص = ٤
هي ....

{(٣ ، ٤)}	{(٤ ، ٣)}	ع	∅

③ المستقيمان ٣س + ٥ص = صفر،
٥س − ٣ص = صفر يتقاطعان في ....

الربع الأول	الربع الثاني	**نقطة الأصل**	الربع الثالث

④ عدد حلول المعادلتين : س + ٢ص = ٥ ،
س − ٢ص = ١ هو ....

صفر	**١**	٢	عدد لا نهائي

⑤ المستقيمان : ٣س + ٤ص = ١ ،
٦س + ٨ص − ٢ = ٠ يكونان ....

متوازيان	متعامدان	متقاطعان وغير متعامدان	**منطبقان**

⑥ إذا تقاطع مستقيمان في نقطتين فإن عدد حلول المعادلتين الممثلتين للخطين المستقيمين ....

حل وحيد	حلان	**عدد لا نهائي**	لا يوجد حل

⑦ إذا كان المستقيمان : س + ٣ص = ٤ ،
س + أص = ٧ متوازيان فإن : أ = ...

٣	٤	٧	١١

⑧ إذا كان للمعادلتين : س + ٤ص = ٧ ،
٣س + كص = ٢١ عدد لا نهائي من الحلول
فإن : ك = ...

٤	٧	**١٢**	٢١

⑨ إذا كان للمعادلتين س + ٦ص = ٥ ،
٢س + ١٢ص = ك عدد لانهائي من الحلول فإن
ك = ...

٥	٦	**١٠**	١٢

⑩ مجموعة حل المعادلتين : س = −٢ ،
ص − ٢ = صفر في ع × ع هي ......

{−٢ ، ٢}	**{(−٢ ، ٢)}**	(−٢ ، ٢)	(٢ ، −٢)

⑪ مجموعة حل المعادلتين : س = ٣ ،
س + ص = ٥ هي ......

{(٣ ، ٢)}	{(٢ ، ٣)}	{(٣ ، ٥)}	{(٥ ، ٣)}

⑫ معادلة محور تماثل منحنى الدالة د حيث :
د (س) = $س^{٢}$ − ٤هي ....

س = −٤	**س = ٠**	ص = ٠	ص = −٤

⑬ إذا كانت د (س) = أ$س^{٢}$ + ب س + جـ ،
د (١) = ٤ ، د (−١) = ٤ فإن : أ + جـ = ...

٨	**٤**	٢	صفر

⑭ المعادلة ٣س − $س^{٢}$ + ١ = ٠ من الدرجة ......

الأولى	**الثانية**	الثالثة	الرابعة

⑮ المنحنى ص = أ$س^{٢}$ + ب س + جـ يقطع محور الصادات في النقطة ....

(٠ ، ب)	(ب ، ٠)	(جـ ، ٠)	**(٠ ، جـ)**

⑯ مجموعة حل المعادلتين : س + ص = ٠ ،
$س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ٠ في ع هي ......

(١ ، ١)	(٠ ، ١)	(١ ، ٠)	**(٠ ، ٠)**

⑰ إذا كان س = ١ ، $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ٢ فإن
ص = ...

{١}	{−١}	**{١ ، −١}**	{١ ، ٢}

⑱ مجموعة حل المعادلة س ص = ٤ ، س = ص
هي ......

{(٢ ، ٣)}	{(−٢ ، −٢)}	{(٢ ، −٢)}	**{(٢ ، ٢)، (−٢ ، −٢)}**

⑲ المعادلة س ص = ٢ من الدرجة ......

الأولى	**الثانية**	الثالثة	الرابعة

⑳ المعادلة ٣س + ص + س ص = ١ من
الدرجة ......

الصفرية	الأولى	**الثانية**	الثالثة

(٢١) مجموعة أصفار الدالة: $د(س) = س^{٢} + ٤$ هي ....

{٢}	{−٢}	{−٢ ، ٢}	**∅**

(٢٢) مجموعة أصفار الدالة $د(س) = س^{٢}$ هي .....

∅	**{صفر}**	{س}	{٢}

(٢٣) مجموعة أصفار الدالة: $د(س) = س^{٢} - ٩$ هي ......

{٣}	{−٣}	**{−٣ ، ٣}**	∅

(٢٤) مجموعة أصفار الدالة: $د(س) = -٣س$ هي ....

{٠}	{−٣}	{٣}	ع

(٢٥) مجموعة أصفار الدالة $د(س) = س^{٣} - س^{٢} - ٢س$ هي .....

{٠}	**{−١ ، ٠ ، ٢}**	{−٢ ، ٠ ، ١}	{−٢ ، ٠ ، ١}

(٢٦) إذا كانت {−٣ ، ٣} هي مجموعة أصفار الدالة د حيث: $د(س) = س^{٢} + أ$ فإن أ = ...

−٣	٣	**−٩**	٩

(٢٧) مجموعة أصفار الدالة $د(س) = \frac{س^{٢} - ١}{س - ١}$ هي ......

ع − {١}	{١ ، −١}	{١}	**{−١}**

(٢٨) إذا كانت $د(س) = \frac{س + ٢}{س + ٣}$ فإن ص(د) = ...

{٣}	ع − {−٢}	**{−٢}**	(٣ ، −٢)

(٢٩) مجموعة أصفار الدالة $د(س) = \frac{(س + ١)(س - ٣)}{س^{٢} - ٤}$ هي .....

{−٣ ، ٣}	{٣ ، −١}	**{٣ ، −١}**	{٢ ، −٢}

(٣٠) مجموعة أصفار الدالة $د(س) = \frac{س^{٢} - س - ٢}{س^{٢} - ٤}$ هي ......

{٢ ، −٢}	{−٢}	**{−١}**	{٢ ، −١}

(٣١) إذا كان س = ٣ أحد أصفار الدالة د: $د(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ك}{س^{٢} - ٢٥}$ فإن: ك = ...

٣	−٣	٦	−٦

(٣٢) مجال الدالة د: $د(س) = س^{٢} - ٤$ هو ......

ع	ع − {٢ ، −٢}	{٢ ، −٢}	{٤}

(٣٣) إذا كان مجال الدالة $ن(س) = \frac{س + ١}{س^{٢} - أس + ٤}$ هو ع − {٢} فإن: أ = ...

٢	−٢	١	**٤**

(٣٤) المجال المشترك للكسرين $\frac{٢}{س^{٢} - ١}$ ، $\frac{٥س}{س^{٢} - س}$ هو ......

ع − {١}	ع − {٠ ، ١}	**ع − {٠ ، ١ ، −١}**	ع − {١ ، −١}

(٣٥) مجال الدالة $د(س) = \frac{٢س - ٤}{س^{٣} - ٤س}$ هو .....

ع	ع − {−٢ ، ٢}	{−٢ ، ٢}	**ع − {−٢ ، ٠ ، ٢}**

(٣٦) إذا كان $ن(س) = \frac{س^{٢} - س}{س^{٢} - ١}$ وكان $ن^{-١}(ل) = ٣$ فإن: ل = ...

$-\frac{٣}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٣}{٤}$	**$١\frac{١}{٣}$**

(٣٧) مجال الدالة $ن(س) = \frac{س}{س - ١}$ هو .....

ع − {٠}	**ع − {١}**	ع − {٠ ، ١}	ع − {−١}

(٣٨) إذا كان س ≠ صفر فإن: $\frac{٥س}{س^{٢} + ١} \div \frac{س}{س^{٢} + ١}$ = ...

−٥	−١	١	**٥**

(٣٩) مجال المعكوس الضربي للدالة $د(س) = \frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو ....

{٣}	**ع − {−٢ ، ٣}**	ع − {٣}	ع

(٤٠) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن ل (أ ∩ ب) = ...

صفر	١	٠,٥	∅

(٤١) إذا كانت أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان ل (أَ) = ٢ ل (أ) فإن : ل (أ) = ...

$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٢}{٣}$	١

(٤٢) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين لتجربة عشوائية ما وكان ل (أ) = $\frac{٣}{٥}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٥}$ فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

صفر	$\frac{١}{٥}$	١	∅

(٤٣) يقال أن الحدثين أ ، ب متنافيين إذا كان ل (أ ∪ ب) = ...

صفر	ل (أ)	ل (ب)	ل (أ)+ل (ب)

(٤٤) إذا كانت أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان ل (أ) = ٠,٣٥ فإن ل (أَ) = ...

−٠,٦٥	٠,٦٥	١,٣٥	٠,٤

(٤٥) إذا كان ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما فإن ل (فَ) = ...

صفر	$\frac{١}{٢}$	١	−١

(٤٦) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن أ ∩ ب = ...

صفر	−١	١	∅

ثالثا : الأسئلة المقالية :

(١) أوجد : مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين

بيانياً : س + ص = ٤ ، ٢س − ص = ٢

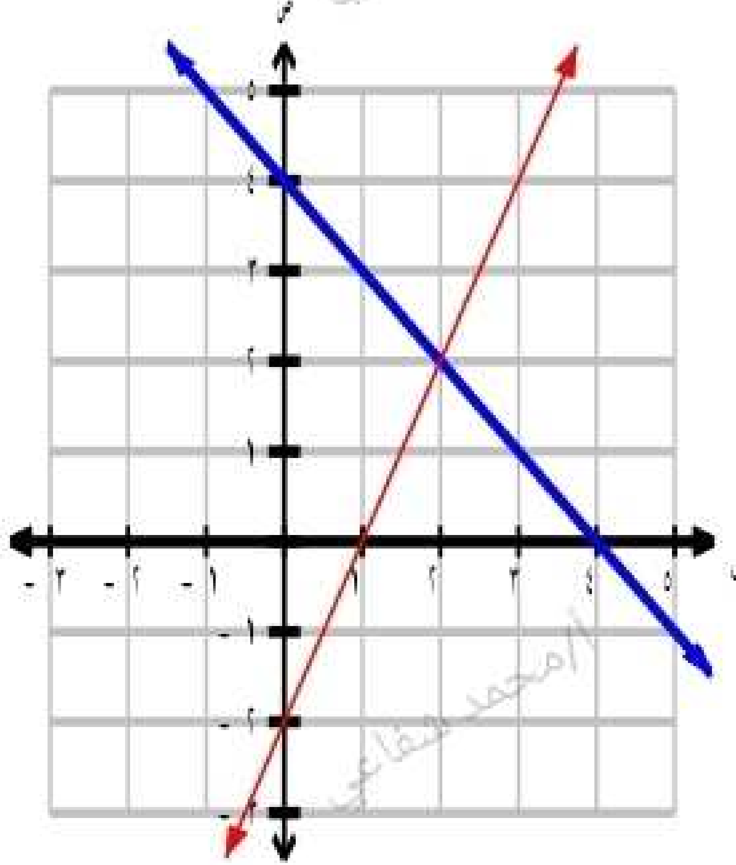
الحل

في المعادلة الأولى : س + ص = ٤

س	٠	٤
ص	٤	٠

في المعادلة الثانية : ٢س − ص = ٢

س	٠	١
ص	−٢	٠



من الشكل ل ١ ∩ ل ٢ هو النقطة (٢ ، ٢)

∴ مجموعة الحل للمعادلتين هي {(٢ ، ٢)}

(٢) أوجد مجموعة حل المعادلتين :

س − ص = ٤ ، ٣س + ٢ص = ٧ جبرياً

الحل

طريقة التعويض : من المعادلة الأولى

∴ س = ٤ + ص بالتعويض عن قيمة س في المعادلة الثانية : ∴ ٣ (٤ + ص) + ٢ ص = ٧

∴ ١٢ + ٣ص + ٢ص = ٧

∴ ٥ص + ١٢ = ٧ ∴ ٥ص = −٥

∴ ص = −١ بالتعويض عن قيمة ص في المعادلة

∴ س = ٤ + (−١) = ٣

∴ م.ح = {(٣ ، −١)}

طريقة الحذف : بضرب المعادلة الأولى × ٢ وجمع المعادلتين الأولى والثانية

٢س − ٢ص = ٨

٣ س + ٢ص = ٧

٥س = ١٥ ومنها س = ٣

وبالتعويض عن قيمة س في إحدى المعادلتين

∴ ٣ × ٣ + ٢ص = ٧ ومنها ٩ + ٢ص = ٧

∴ ٢ص = −٢ ∴ ص = −١

∴ م.ح = {(٣ ، −١)}

③ أوجد جبريا في ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

س + ص/٢ = ٥/٢ ، ص/٢ − س = −٣/٢

الحل

بضرب المعادلة الأولى × ٢ وضرب المعادلة الثانية × ٢

٢س + ص = ٥ ، ص − ٢س = −٣ بالجمع

٢س + ص = ٥

−٢س + ص = −٣

٢ص = ٢ ومنها ص = ١ بالتعويض عن قيمة ص في المعادلة الأولى ∴ ٢س + ١ = ٥

∴ ٢س = ٤ ∴ س = ٢

∴ م.ح = {(٢ ، ١)}

④ أوجد جبريا مجموعة حل المعادلتين :

س + ٢ص = ٤ ، س − ٣ص + ٦ = ٠

الحل

∵ س + ٢ص = ٤ ، س − ٣ص = −٦

بضرب المعادلة الثانية × −١ وجمع المعادلتين

س + ٢ص = ٤

−س + ٣ص = ٦

٥ص = ١٠ ومنها ص = ٢ بالتعويض عن قيمة ص في المعادلة الأولى ∴

س + ٢ × ٢ = ٤ ∴ س = ٠

∴ م.ح = {(٠ ، ٢)}

⑤ أوجد قيمتي أ ، ب علماً بأن (٢ ، ١) حل للمعادلتين : ٢ أ س − ب ص = ٣ ،

أ س + ٢ ب ص = ٤

الحل

∵ (٢ ، ١) حل للمعادلتين : ∴ (٢ ، ١) حل للمعادلة ٢ أ س − ب ص = ٣

∴ ٤أ − ب = ٣ ← ①

∵ (٢ ، ١) حل للمعادلة أ س + ٢ ب ص = ٤

∴ ٢أ + ٢ب = ٤ بالقسمة على ٢

∴ أ + ب = ٢ ← ② بجمع المعادلتين

∴ ٥أ = ٥ ∴ أ = ١ بالتعويض في المعادلة ②

∴ ١ + ب = ٢ ∴ ب = ١

⑥ عدد مكون من رقمين مجموعهما ٥ وإذا تغير وضع الرقمين فإن العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلي بمقدار ٩ فما هو العدد الأصلي ؟

الحل

نفرض أن رقم الآحاد س ، ورقم العشرات ص

∴ س + ص = ٥ ⟸ ①

العدد = س + ١٠ص ، العدد بعد تغيير وضع الرقمين = ص + ١٠س

∴ (ص + ١٠س) − (س + ١٠ص) = ٩

∴ س − ص = ١ ⟸ ② بالجمع

∴ ٢س = ٦ ∴ س = ٣

بالتعويض في ① ∴ ٣ + ص = ٥

∴ ص = ٥ − ٣ = ٢ ∴ العدد ٢٣

⑦ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٦ سم ، فإذا كان ضعف طوله مضاف إليه خمسة أمثال عرضه يساوى ٧٥ سم أوجد كلاً من بعدى المستطيل .

الحل

نفرض أن طول المستطيل س وعرضه ص

∴ س − ص = ٦ ← ① ،

٢س + ٥ص = ٧٥ ← ②

بضرب المعادلة الأولى × ٥ وجمع المعادلتين

٥س − ٥ص = ٣٠

٢س + ٥ص = ٧٥

٧س = ١٠٥ ومنها س = ١٥

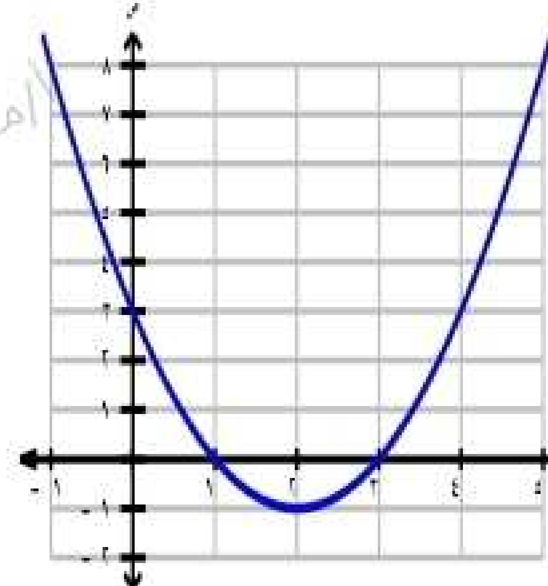
بالتعويض عن قيمة س في المعادلة الثانية
٢ × ١٥ + ٥ص = ٧٥ ∴ ٥ص = ٤٥
ومنها ص = ٩ ∴ طول المستطيل ١٥سم ، وعرضه ٩سم

مسائل حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد بيانيا وجبريا :

❶ **ارسم** منحنى الدالة :
د(س) = س^{٢} – ٤س + ٣ في الفترة
[–١ ، ٥] ومن الرسم **أوجد** مجموعة حل المعادلة
س^{٢} – ٤س + ٣ = ٠

الحل

س	–١	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص	٨	٣	٠	–١	٠	٣	٨



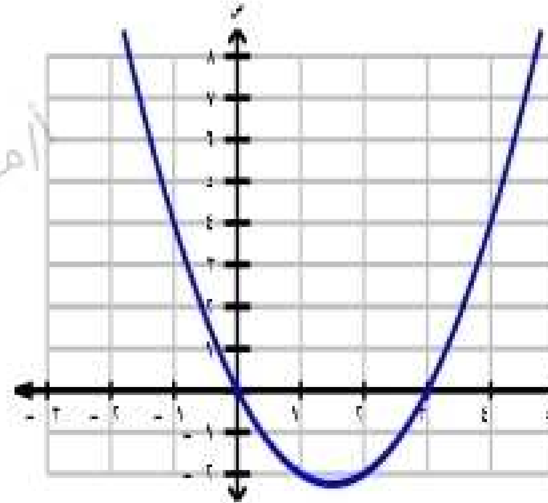
مجموعة حل المعادلة :
س^{٢} – ٤س + ٣ = ٠ هي {١ ، ٣}

❷ ارسم الشكل البياني الدالة :
د (س) = س^{٢} – ٣س في الفترة [–١ ، ٤]
ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة
س^{٢} – ٣س = ٠

الحل

س	–١	٠	١	٢	٣	٤
ص	٤	٠	–٢	–٢	٠	٤

مجموعة حل المعادلة



س^{٢} – ٣س = ٠
هي {٠ ، ٣}

❸ **أوجد** مجموعة حل المعادلة :
س^{٢} – ٢س – ٤ = ٠ حيث س ∈ ع
(علماً بان $\sqrt{٥}$ ≃ ٢,٢٤) **مستخدما** القانون العام

الحل

∵ المعادلة س^{٢} – ٢س – ٤ = ٠ على صورتها العامة : ∴ أ = ١ ، ب = –٢ ، جـ = –٤
المميز = ب^{٢} – ٤ أ جـ = (–٢)^{٢} – ٤ × ١ × –٤
= ٤ + ١٦ = ٢٠
س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢أ}$ = $\frac{٢ \pm \sqrt{٢٠}}{٢ \times ١}$ =
$\frac{٢ \pm \sqrt{٢٠}}{٢}$ ∴ س = $\frac{٢ \pm \sqrt{٤ \times ٥}}{٢}$ = $\frac{٢ \pm ٢\sqrt{٥}}{٢}$
باخذ العدد ٢ عامل مشترك .∴ = ١ ± $\sqrt{٥}$
∴ س = ١ + $\sqrt{٥}$ = ٣,٢ أ
س = ١ – $\sqrt{٥}$ = –١,٢
∴ م.ح = {٣,٢ ، –١,٢}

❹ **أوجد** مجموعة حل المعادلة : س – $\frac{٥}{س}$ = ٧
باستخدام القانون العام **مقربا** الناتج لأقرب رقمين عشريين .

الحل

يجب أن تكون المعادلة على صورتها العامة ∴
نضرب المعادلة × س ∴ س^{٢} – ٥ = ٧س
∴ س^{٢} – ٧س – ٥ = صفر
∴ أ = ١ ، ب = –٧ ، جـ = –٥
المميز = ب^{٢} – ٤ أ جـ = (–٧)^{٢} – ٤ × ١ ×
–٥ = ٤٩ + ٢٠ = ٦٩
∵ س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢أ}$ = $\frac{٧ \pm \sqrt{٦٩}}{٢}$
∴ س = $\frac{٧ + \sqrt{٦٩}}{٢}$ = ٧,٦٥
أ س = $\frac{٧ - \sqrt{٦٩}}{٢}$ = – ٠,٦٥
∴ م.ح = {٧,٦٥ ، – ٠,٦٥}

٥ حل باستخدام القانون العام المعادلة:
$٣س^{٢} = ٥س + ٤$ **مقرباً** الناتج لأقرب رقمين عشريين.

الحل

نضع المعادلة على الصورة العامة:

$٣س^{٢} - ٥س - ٤ = ٠$

$أ = ٣ ، ب = -٥ ، جـ = -٤$

المميز $= ب^{٢} - ٤ أ جـ = ٢٥ - ٤ \times ٣ \times -٤ =$

$٢٥ + ٤٨ = ٧٣$ $\therefore س = \frac{٥ \pm \sqrt{٧٣}}{٦}$

$\therefore س = \frac{٥ + \sqrt{٧٣}}{٦}$ أو $\frac{٥ - \sqrt{٧٣}}{٦}$

$\therefore$ م.ح $= \{٢,٢٦ ، -٠,٥٩\}$

---

٦ حل باستخدام القانون العام المعادلة:
$٢س (س - ٥) = ١$ **مقرباً** الناتج لأقرب رقم عشري واحد.

الحل

نضع المعادلة على الصورة العامة:

$٢س^{٢} - ١٠س - ١ = ٠$

$\therefore أ = ٢ ، ب = -١٠ ، جـ = -١$

المميز $= ب^{٢} - ٤ أ جـ = ١٠٠ - ٤ \times ٢ \times -١$

$= ١٠٠ + ٨ = ١٠٨$

$س = \frac{١٠ \pm \sqrt{١٠٨}}{٤} = \frac{١٠ \pm ٦\sqrt{٣}}{٤}$

$\therefore س = \frac{٥ + \sqrt{٣}}{٢}$ أو $س = \frac{٥ - \sqrt{٣}}{٢}$

$\therefore$ م.ح $= \{٥,١ ، -٠,١\}$

مسائل حل معادلتين احداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية في مجهولين جبريا:

١ أوجد جبريا مجموعة الحل للمعادلتين:
$س - ص = ٢$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ١٠$

الحل

في هذه المسائل نعوض عن س أو ص بدلالة الأخر ثم نعوض عنه في معادلة الدرجة الثانية

من المعادلة ① $\therefore س = ٢ + ص$ بالتعويض عن قيمة س في المعادلة ②

$\therefore (٢ + ص)^{٢} + ص^{٢} = ١٠$

$\therefore ٤ + ٤ص + ص^{٢} + ص^{٢} = ١٠$

$\therefore ٢ص^{٢} + ٤ص - ٦ = ٠$ بالقسمة على ٢

$\therefore ص^{٢} + ٢ص - ٣ = ٠$ وبالتحليل

$\therefore (ص + ٣)(ص - ١) = ٠$

$\therefore ص + ٣ = ٠$ أ، $ص - ١ = ٠$

$\therefore ص = -٣$ أ، $ص = ١$

ومنها $س = ٢ - ٣ = -١$ أ، $س = ٢ + ١ = ٣$

$\therefore$ م.ح $= \{(-١ ، -٣) ، (٣ ، ١)\}$

---

٢ أوجد جبريا مجموعة حل المعادلتين في ح × ح:
$ص - س = ٣$ ، $س^{٢} + س ص = ٥$

الحل

من المعادلة الأولى $ص = ٣ + س$ بالتعويض عن قيمة ص في المعادلة الثانية

$\therefore س^{٢} + س (٣ + س) = ٥$

$س^{٢} + ٣س + س^{٢} - ٥ = ٠$

$\therefore ٢س^{٢} + ٣س - ٥ = ٠$

$\therefore$ بالتحليل $(٢س + ٥)(س - ١) = ٠$

إما $٢ س = -٥$ | $س = ١$

$\therefore س = \frac{-٥}{٢}$ ، | $س = ١$

$\therefore ص = ٣ + (\frac{-٥}{٢}) = \frac{١}{٢}$ | $ص = ٣ + ١ = ٤$

$\therefore$ م.ح $= \{(\frac{-٥}{٢} ، \frac{١}{٢}) ، (١ ، ٤)\}$

---

٣ أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريا:
$س = ٥ - ص$ ، $س^{٢} - ص^{٢} = ٥٥$

الحل

من المعادلة الأولى $س = ٥ - ص$ بالتعويض عن قيمة س في المعادلة الثانية

$\therefore (٥ - ص)^{٢} - ص^{٢} = ٥٥$

$\therefore ٢٥ - ١٠ س + ص^{٢} - ص^{٢} = ٥٥$

∴ −١٠ ص = ٥٥ − ٢٥
∴ −١٠ ص = ٣٠ ومنها ص = −٣
∴ س = ٥ − (−٣) ∴ س = ٨
∴ م.ح = {(٨ ، −٣)}

---

٤ أوجد مجموعة حل المعادلتين الأتيتين جبريا :
س + ص = ٣ ، س ص − ٢ = ٠

الحل

من المعادلة الأولى س = ٣ − ص بالتعويض عن قيمة س في المعادلة الثانية
∴ (٣ − ص) × ص − ٢ = ٠
∴ ٣ص − ص^{٢} − ٢ = ٠ نرتب حدود المعادلة تنازلياً حسب قوى ص ∴ − ص^{٢} + ٣ص − ٢ = ٠
نضرب المعادلة × − ١ لكى نجعل معامل ص^{٢} موجباً
∴ ص^{٢} − ٣ص + ٢ = ٠
∴ (ص − ٢)(ص − ١) = ٠
∴ ص = ٢ أ ص = ١
∴ س = ٣ − ٢ = ١ أ س = ٣ − ١ = ٢
∴ م.ح = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ١)}

---

٥ عددان حاصل ضربهما ١٠ والفرق بينهما ٣
أوجد العددين .

الحل

نفرض أن العددان هما س ، ص
∴ س − ص = ٣ ⟵ ① ، س ص = ١٠ ⟵ ②
من المعادلة ① ∴ س = ص + ٣
بالتعويض عن قيمة س في المعادلة ②
∴ (ص + ٣) × ص = ١٠ ∴ ص^{٢} + ٣ص = ١٠
∴ ص^{٢} + ٣ص − ١٠ = ٠
∴ (ص + ٥)(ص − ٢) = ٠

∴ ص + ٥ = ٠	أ	ص − ٢ = ٠
∴ ص = −٥	أ	ص = ٢
∴ س = −٥ + ٣	أ	س = ٢ + ٣
∴ س = −٢	أ	س = ٥
∴ العددان هما −٢ ، −٥	أ	٢ ، ٥

مسائل على دوال الكسور الجبرية والعمليات عليها :

١ إذا كانت : مجموعة أصفار الدالة د حيث
د(س) = أس^{٢} + ب س + ٨ هي {٢ ، ٤}
أوجد قيمتي أ ، ب

الحل

∵ د(٢) = ٠ ∴ ٤أ + ٢ب + ٨ = ٠
∴ ٤أ + ٢ب = −٨ بالقسمة ÷ ٢
∴ ٢أ + ب = −٤ ⟸ ①
∵ د(٤) = ٠ ∴ ١٦أ + ٤ب + ٨ = ٠
∴ ١٦أ + ٤ب = −٨ بالقسمة ÷ ٤
∴ ٤أ + ب = −٢ ⟸ ②
بضرب المعادلة ① × −١ وجمع المعادلتين
∴ −٢أ − ب = ٤
٤أ + ب = −٢
٢أ = ٢ بالقسمة ÷ ٢
∴ أ = ١ بالتعويض عن أ في المعادلة ①
∴ ٤ + ب = −٢ ∴ ب = −٢ − ٤
∴ ب = −٦

---

٢ إذا كان مجال ن(س) = $\frac{\text{س} - ١}{\text{س}^{٢} - \text{أس} + ٩}$
هو ح − {٣} فاوجد قيمة أ

الحل

∵ (٣)^{٢} + −أ × ٣ + ٩ = ٠
∴ ٩ − ٣أ + ٩ = ٠ ∴ −٣أ + ١٨ = ٠
∴ −٣أ = −١٨ ∴ أ = ٦

---

٣ إذا كان مجال الدالة ن حيث
ن(س) = $\frac{\text{ب}}{\text{س}} + \frac{٩}{\text{س} + \text{أ}}$ هو ح − {٠ ، ٤} ،
د(٥) = ٢ أوجد قيمتي أ ، ب.

الحل

∵ مجال الدالة هو ح − {٠ ، ٤}
∴ $\frac{\text{ب}}{\text{س}} + \frac{٩}{\text{س} - ٤}$ ، ∵ د(٥) = ٢

$\therefore \frac{\text{ب}}{٥} + \frac{٩}{٥-٤} = ٢$ $\quad \therefore \frac{\text{ب}}{٥} + ٩ = ٢$

$\therefore \frac{\text{ب}}{٥} = -٧$ $\quad \therefore \text{ب} = -٣٥$

---

④ إذا كان: $\text{ن}_١(\text{س}) = \frac{٢\text{س}}{٢\text{س}+٤}$ ، $\text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢+٢\text{س}}{\text{س}^٢+٤\text{س}+٤}$ **فاثبت أن:** $\text{ن}_١ = \text{ن}_٢$

الحل

$\because \text{ن}_١(\text{س}) = \frac{٢\text{س}}{٢\text{س}+٤} = \frac{\cancel{٢}\text{س}}{\cancel{٢}(\text{س}+٢)}$

مجال $\text{ن}_١(\text{س}) = \text{ح} - \{-٢\}$

$\therefore \text{ن}_١(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س}+٢}$

$\because \text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢+٢\text{س}}{\text{س}^٢+٤\text{س}+٤} = \frac{\text{س}\cancel{(\text{س}+٢)}}{\cancel{(\text{س}+٢)}(\text{س}+٢)}$

مجال $\text{ن}_٢(\text{س}) = \text{ح} - \{-٢\}$

$\therefore \text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س}+٢}$

$\because$ مجال $\text{ن}_١(\text{س})$ = مجال $\text{ن}_٢(\text{س})$

، $\text{ن}_١(\text{س}) = \text{ن}_٢(\text{س})$ $\quad \therefore \text{ن}_١ = \text{ن}_٢$

---

⑤ إذا كان $\text{ن}_١(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢}{\text{س}^٣ - \text{س}^٢}$ ، $\text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}^٣+\text{س}^٢+\text{س}}{\text{س}^٤ - \text{س}}$ **فاثبت أن:** $\text{ن}_١ = \text{ن}_٢$

الحل

$\because \text{ن}_١(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢}{\text{س}^٣ - \text{س}^٢} = \frac{\cancel{\text{س}^٢}}{\cancel{\text{س}^٢}(\text{س}-١)}$

مجال $\text{ن}_١(\text{س}) = \text{ح} - \{٠ ، ١\}$

$\therefore \text{ن}_١(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}-١}$

$\because \text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}^٣+\text{س}^٢+\text{س}}{\text{س}^٤ - \text{س}} =$

$= \frac{\text{س}(\text{س}^٢+\text{س}+١)}{\text{س}(\text{س}^٣-١)} = \frac{\cancel{\text{س}}\cancel{(\text{س}^٢+\text{س}+١)}}{\cancel{\text{س}}(\text{س}-١)\cancel{(\text{س}^٢+\text{س}+١)}}$

مجال $\text{ن}_٢(\text{س}) = \text{ح} - \{٠ ، ١\}$

$\therefore \text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}-١}$

$\because$ مجال $\text{ن}_١(\text{س})$ = مجال $\text{ن}_٢(\text{س})$ ،

$\text{ن}_١(\text{س}) = \text{ن}_٢(\text{س})$ $\quad \therefore \text{ن}_١ = \text{ن}_٢$

---

⑥ إذا كان $\text{ن}_١(\text{س}) = \frac{\text{س}-١}{\text{س}^٢-٤\text{س}+٣}$ ، $\text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}-٢}{\text{س}^٢-٥\text{س}+٦}$ **أوجد** المجال المشترك الذى تتساوى فيه الدالتان ٠

الحل

$\text{ن}_١(\text{س}) = \frac{\text{س}-١}{\text{س}^٢-٤\text{س}+٣} = \frac{\cancel{\text{س}-١}}{(\text{س}-٣)\cancel{(\text{س}-١)}}$

مجال $\text{ن}_١(\text{س}) = \text{ح} - \{٣ ، ١\}$

$\therefore \text{ن}_١(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}-٣}$ ،

$\text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}-٢}{\text{س}^٢-٥\text{س}+٦} = \frac{\cancel{\text{س}-٢}}{(\text{س}-٣)\cancel{(\text{س}-٢)}}$

مجال $\text{ن}_٢(\text{س}) = \text{ح} - \{٢ ، ٣\}$

$\therefore \text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}-٣}$

$\because \text{ن}_١(\text{س}) = \text{ن}_٢(\text{س})$ ولكن مجال $\text{ن}_١(\text{س})$ $\neq$ مجال $\text{ن}_٢(\text{س})$

$\therefore \text{ن}_١ = \text{ن}_٢$ في المجال المشترك $\text{ح} - \{٣ ، ١ ، ٢\}$

---

⑦ إذا كان $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢-٩}{\text{س}^٢+٥\text{س}+٦}$ **فأوجد** $\text{ن}^{-١}(\text{س})$ مبيناً المجال ثم **أوجد** $\text{ن}^{-١}(-٢)$ ، $\text{ن}^{-١}(٠)$

الحل

$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\cancel{(\text{س}+٣)}(\text{س}-٣)}{(\text{س}+٢)\cancel{(\text{س}+٣)}} = \frac{(\text{س}-٣)}{(\text{س}+٢)}$

مجال $\text{ن}^{-1}(\text{س}) = \text{ح} - \{-٢ ، -٣ ، ٣\}$

$\therefore \text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{\text{س}+٢}{\text{س}-٣}$

$\text{ن}^{-1}(-٢) =$ غير معرفة لأن $-٢ \notin$ لمجال $\text{ن}(\text{س})$

$\text{ن}^{-1}(٠) = \frac{٠+٢}{٠-٣} = \frac{-٢}{٣}$

---

٨ إذا كان: $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}}{(\text{س}-٢)(\text{س}^{٢}+٢)}$

أولاً: أوجد في أبسط صورة $\text{ن}^{-1}(\text{س})$ وعين مجاله

ثانياً: إذا كان: $\text{ن}^{-1}(\text{س}) = ٣$ فما قيمة س .

الحل

أولاً: $\text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{(\text{س}-٢)(\text{س}^{٢}+٢)}{\text{س}^{٢}-٢\text{س}} = \frac{(\text{س}-٢)(\text{س}^{٢}+٢)}{\text{س}(\text{س}-٢)}$

مجال $\text{ن}^{-1}(\text{س}) = \text{ح} - \{٠ ، ٢\}$

$\text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}+٢}{\text{س}}$

ثانياً: $\because \frac{\text{س}^{٢}+٢}{\text{س}} = ٣$

$\therefore \text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٢ = ٠$

$\therefore (\text{س}-٢)(\text{س}-١) = ٠$

$\therefore \text{س} - ٢ = ٠ \quad \therefore \text{س} = ٢$

أو $\text{س} - ١ = ٠ \quad \therefore \text{س} = ١$

---

٩ إذا كان $\frac{\text{س}^{٢}+٣\text{س}}{\text{س}^{٣}+٢٧}$ أوجد $\text{ن}^{-1}(\text{س})$ في أبسط صورة مبيناً مجال ن^{-1}.

الحل

$\because \text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣}+٢٧}{\text{س}^{٢}+٣\text{س}} = \frac{(\text{س}+٣)(\text{س}^{٢}-٣\text{س}+٩)}{\text{س}(\text{س}+٣)}$

المجال $= \text{ح} - \{٠ ، -٣\}$

$\therefore \text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}-٣\text{س}+٩}{\text{س}}$

---

١٠ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن

إذا كان: $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}-٢\text{س}}{\text{س}^{٢}-٤} + \frac{٢\text{س}+٦}{\text{س}^{٢}+٥\text{س}+٦}$

الحل

$\because \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}(\text{س}-٢)}{(\text{س}+٢)(\text{س}-٢)} + \frac{٢(\text{س}+٣)}{(\text{س}+٢)(\text{س}+٣)}$

مجال $\text{ن}(\text{س}) = \text{ح} - \{-٢ ، ٢ ، -٣\}$

$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س}+٢} + \frac{٢}{\text{س}+٢} = \frac{\text{س}+٢}{\text{س}+٢} = ١$

---

١١ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن

إذا كان: $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}+٢\text{س}+٤}{\text{س}^{٣}-٨} + \frac{\text{س}^{٢}+\text{س}-٢}{\text{س}^{٢}-٤}$

الحل

$\because \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}+٢\text{س}+٤}{(\text{س}-٢)(\text{س}^{٢}+٢\text{س}+٤)} + \frac{(\text{س}+٢)(\text{س}-١)}{(\text{س}-٢)(\text{س}+٢)}$

مجال $\text{ن}(\text{س}) = \text{ح} - \{٢ ، -٢\}$

$\text{ن}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}-٢} + \frac{\text{س}-١}{\text{س}-٢} = \frac{\text{س}}{\text{س}-٢}$

---

١٢ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن

إذا كان: $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}-٣}{\text{س}^{٢}-٧\text{س}+١٢} - \frac{٤}{\text{س}^{٢}-٤\text{س}}$

الحل

$\because \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}-٣}{(\text{س}-٣)(\text{س}-٤)} - \frac{٤}{\text{س}(\text{س}-٤)}$

مجال $\text{ن}(\text{س}) = \text{ح} - \{٣ ، ٤ ، ٠\}$

$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}-٤} - \frac{٤}{\text{س}(\text{س}-٤)}$

$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}-٤} \times \text{س} - \frac{٤}{\text{س}(\text{س}-٤)} =$

$\frac{\text{س}}{\text{س}(\text{س}-٤)} - \frac{٤}{\text{س}(\text{س}-٤)} = \frac{\text{س}-٤}{\text{س}(\text{س}-٤)} = \frac{١}{\text{س}}$

---

١٣ **أوجد** ن(س) في أبسط صورة **مبيناً** مجال ن

إذا كان: $$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 2\text{س}}{\text{س}^2 - 3\text{س} + 2} - \frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س}^2 + \text{س} - 2}$$

الحل

$$\because \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 2\text{س}}{\text{س}^2 - 3\text{س} + 2} + \frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س}^2 + \text{س} - 2}$$

$$= \frac{\text{س}(\text{س} - 2)}{(\text{س} - 2)(\text{س} - 1)} + \frac{(\text{س} + 2)(\text{س} - 2)}{(\text{س} + 2)(\text{س} - 1)}$$

مجال ن(س) = ح − {٢، ١، −٢}

$$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س} - 1} + \frac{\text{س} - 2}{\text{س} - 1} = \frac{2\text{س} - 2}{\text{س} - 1} =$$

$$\frac{2(\text{س} - 1)}{\text{س} - 1} = 2$$

١٤ **أوجد** ن(س) في أبسط صورة **مبيناً** مجال ن

إذا كان: $$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - 2}{\text{س}^2 - \text{س} - 2} \times \frac{2\text{س}^2 + 7\text{س} + 3}{\text{س} + 3}$$

ثم **أوجد:** ن(٠)، ن(−١) إن أمكن ذلك.

الحل

$$\because \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - 2}{(\text{س} - 2)(\text{س} + 1)} \times \frac{(2\text{س} + 1)(\text{س} + 3)}{\text{س} + 3}$$

مجال ن(س) = ح − {٢، −١، −٣}

$$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{1}{\text{س} + 1} \times \frac{2\text{س} + 1}{1} = \frac{2\text{س} + 1}{\text{س} + 1}$$

$$\text{ن}(0) = \frac{2 \times 0 + 1}{0 + 1} = 1$$

، ن(−١) = غير معرفه لأن −١ $\notin$ لمجال الدالة

١٥ **أوجد** ن(س) في أبسط صورة **مبيناً** مجال ن

إذا كان $$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} + 2}{\text{س}^2 + 3\text{س} + 9} \div \frac{\text{س}^2 + 2\text{س}}{\text{س}^3 - 27}$$

الحل

$$\because \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} + 2}{\text{س}^2 + 3\text{س} + 9} \times \frac{\text{س}^3 - 27}{\text{س}^2 + 2\text{س}}$$

$$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} + 2}{\text{س}^2 + 3\text{س} + 9} \times \frac{(\text{س} - 3)(\text{س}^2 + 3\text{س} + 9)}{\text{س}(\text{س} + 2)}$$

مجال ن(س) = ح − {٠، −٢، ٣}

$$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - 3}{\text{س}}$$

مسائل العمليات على الاحتمال:

١ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل(أ) = ٠,٥ ، ل(ب) = ٠,٣ ، ل(أ ∪ ب) = ٠,٧ **أوجد:** ل(أ ∩ ب)، ل(أ − ب)

الحل

ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب) =
٠,٥ + ٠,٣ − ٠,٧ = ٠,١
ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) =
٠,٥ − ٠,١ = ٠,٤

٢ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل(أ) = ٠,٤ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٢ **أوجد:** ل(أ̄)، (أ ∪ ب)، ل(أ − ب)

الحل

ل(أ̄) = ١ − ل(أ) = ١ − ٠,٤ = ٠,٦
ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) =
٠,٤ + ٠,٥ − ٠,٢ = ٠,٧
ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) =
٠,٤ − ٠,٢ = ٠,٢

٣ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل(أ) = $\frac{2}{3}$ ، ل(ب) = $\frac{1}{2}$ ، ل(أ ∩ ب) = $\frac{1}{6}$ **أوجد:** (١) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل (٢) ل(أ − ب)

الحل

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) =
$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = 1$
ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ∩ب) = $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$